УДК 621.7.014.2

Третьякова Е. И. Сосенушкин Е. Н. Яновская Е. А.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЕЙ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ ОБОЛОЧЕК

Исследование влияния анизотропии механических свойств материала на пластическое деформирование трубных заготовок при обжиме и раздаче.

Рассмотрению операциям обжима и раздачи посвящены работы многих исследователей [1–3], но в них не учитываются либо анизотропия механических свойств, либо исследуются технологические процессы с иной геометрией инструмента.

Целью работы является определение полей напряжений при пластическом деформировании элементов оболочек при обжиме и раздаче с учетом параметров анизотропии.

В настоящее время перед машиностроением стоит необходимость повышения эффективности производства и качества получаемых изделий. В различных отраслях промышленности широкое распространение нашли стальные изделия типа «сфера» изготавливаемые методами обработки металлов давлением, к которым предъявляются высокие требования по качеству, точности геометрических размеров, чистоте поверхности, уровню механических свойств. В результате пластической деформации достигается не только необходимое формо-изменение, но и формируются необходимые механические свойства (предел текучести, предел прочности, показатели пластичности) в зависимости от назначения изделия и условий его эксплуатации. Эти задачи следует решать при минимальном количестве технологических операций. Материалы, подвергаемые штамповке, как правило, обладают анизотропией механических свойств, обусловленной маркой материала и технологическими режимами его получения, которая может оказывать как положительное, так и отрицательное влияние на устойчивое протекание технологических процессов обработки металлов давлением, в частности, операций обжима и раздачи трубных заготовок.

Из анализа операций пластического формоизменения, таких как обжим и раздача, следует, что заготовка в очаге деформации имеет контакт с поверхностью одного рабочего инструмента: матрицы или пуансона соответственно и ее поверхность перемещается в зоне очага деформации относительно поверхности инструмента. На контактную поверхность заготовки со стороны инструмента действуют нормальные напряжения  $\sigma_H$  и, возникающие вследствие контактного трения, касательные напряжения  $\tau_k$ . Радиус кривизны срединной поверхности в очаге деформации обычно значительно больше толщины деформируемой заготовки, поэтому нормальные напряжения на контактных поверхностях при деформировании без принудительного утонения стенки значительно меньше напряжения текучести. С учетом одной контактной поверхности напряжения, перпендикулярные к срединной поверхности, убывают по толщине заготовки от максимального значения  $\sigma_H$  на контактной поверхности до нуля на свободной поверхности.

С учетом сказанного принято считать, что схема напряженного состояния близка к плоской, а касательные напряжения на контактной поверхности определяются известным соотношением [4]:

$$\tau_k = \mu_{\sigma_{H_*}} \tag{1}$$

где  $\mu$  – коэффициент трения.

Перемещение элементов заготовки в очаге деформации относительно поверхностей рабочего инструмента сопровождается изменением кривизны их срединной поверхности, в связи с действием моментов и сдвигающих сил. В этом случае распределение напряжений

и деформаций по толщине заготовки является неравномерным. Возникновение моментов при деформации элемента оболочки приводит к изменению продольных сил, а, следовательно, и нормальных напряжений по сравнению со значениями, необходимыми для пластической деформации элемента без изменения его кривизны.

В случае осесимметричной деформации заготовки радиусы кривизны в широтных сечениях значительно больше, а величина изменения кривизны в процессе деформирования меньше, по сравнению с меридиональными сечениями заготовки. Величины изгибающих моментов, действующих в широтных сечениях, меньше моментов, действующих в меридиональных сечениях. Поэтому допустимо полагать, что по определению распределения меридиональных напряжений в условиях осевой симметрии влиянием изменения кривизны в широтных сечениях можно пренебречь.

В реальных задачах очаг деформации при осесимметричном деформировании можно разделить на участки, в пределах которых кривизна срединной поверхности в меридиональных сечениях остается постоянной. Поэтому допустимо, решая задачу по отысканию полей напряжений в очаге деформации, считать для каждого участка постоянной кривизны в меридиональном сечении справедливыми уравнения равновесия, полученные по безмоментной теории оболочек. Влияние же изгибающих моментов, действующих в меридиональном направлении, учитывают с помощью граничных условий между участками постоянной кривизны.

Воспользуемся классическим уравнением равновесия элемента осесимметричной оболочки постоянной толщины, выделенного в пространственном участке очага деформации с наличием трения на контактной поверхности [4]:

$$\rho \frac{d \sigma_{\rho}}{d \rho} + \sigma_{\rho} - \sigma_{\theta} - \frac{\mu \rho}{\sin \alpha} \left( \frac{\sigma_{\rho}}{R_{\rho}} + \frac{\sigma_{\theta}}{R_{\theta}} \right) = 0, \tag{2}$$

где  $\sigma_{\rho}, \sigma_{\theta}$  – меридиональные и широтные нормальные напряжения, являющиеся главными нормальными напряжениями;

 $R_{\rho}, R_{\theta}$  — радиусы кривизны в меридиональном и широтном сечениях;

 $\alpha$  — угол между касательной к образующей поверхности элемента оболочки в точке с координатой  $\rho$  и осью симметрии.

Для определения полей напряжений в участке очага деформации постоянной кривизны в меридиональном сечении необходимо применительно к заданной форме и размерам очага деформации установить связь между параметрами  $\rho, \alpha, R_{\rho}, R_{\theta}$  с тем, чтобы уравнение (2) свести к уравнению с одной переменной, характеризующей координаты элемента, а также выразить одно из неизвестных напряжений  $\sigma_{\theta}$  через  $\sigma_{\rho}$ , используя условие пластичности, соответствующее плоскому напряженному состоянию.

В зависимости от условий нагружения для различных операций пластического формоизменения схема напряженного состояния и знаки главных нормальных напряжений  $\sigma_{\rho}$  и  $\sigma_{\theta}$  в очаге деформации могут быть различными. Для определения схемы напряженного состояния и знаков нормальных напряжений воспользуемся контуром пластичности (рис. 1) для плоского напряженного состояния по условию постоянства интенсивности напряжений в виде эллипса и по условию постоянства максимальных касательных напряжений в виде шестигранника [4]. Из схемы следует, что отрезки контура пластичности, заключенные в каком-либо квадранте, характеризуют возможные сочетания между напряжениями  $\sigma_{\rho}$  и  $\sigma_{\theta}$  для различных операций штамповки.

Для учета упрочнения материала заготовки используем степенную аппроксимацию закона упрочнения [5]:

$$\sigma_{s} = \sigma_{s0} + B\varepsilon_{9}^{m}, \tag{3}$$

где  $\sigma_{s0}$ , B – константы материала; m – показатель деформационного упрочнения,  $\varepsilon_{9}$  – эквивалентные деформации.

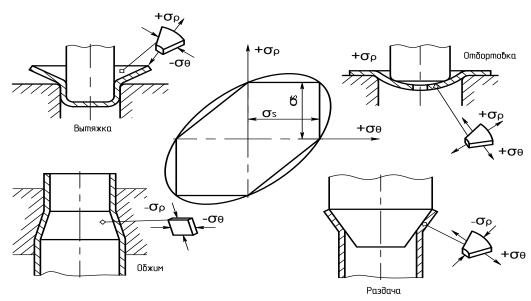


Рис. 1. Схемы напряженного состояния при выполнении различных формообразующих операций

Автором работы [5] определена связь между константами материала *п*, *m*, *B*:

$$B = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\overline{R} + 1}{\overline{R} + 2}} \times \frac{\sigma_6 e^n - \sigma_{0,2}}{n^m} \; ; \; m = \frac{n\sigma_6 e^n}{\sigma_6 e^n - \sigma_{0,2}} \; ; \; \overline{R} = \frac{\sqrt{R_0 + R_{45} + R_{90}}}{3} \; ,$$

где  $\overline{R}$  — коэффициент трансверсальной анизотропии; e — экспонента;  $n = \ln(1 + \delta)$  — показатель деформационного упрочнения;  $\delta$  — относительное удлинение;

$$\varepsilon_{9} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\varepsilon_{\theta}^{2} + \varepsilon_{z}^{2} + \varepsilon_{\theta} \varepsilon_{z}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\overline{R}^{2} + \overline{R} + 1}}{\overline{R} + 1} \varepsilon_{\theta}.$$

В соответствии с рекомендациями [2] принимаем:

$$\sigma_{s0} = \sigma_{0,2}$$
.

Тогда закон упрочнения преобразуется к виду:

$$\sigma_{S} = \sigma_{0,2} + B^* \varepsilon_{\theta}^m,$$

где 
$$B^* = B \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\overline{R}^2 + \overline{R} + 1}}{\overline{R} + 1} \right)^m$$
.

При условии однородности деформаций по толщине трубной заготовки  $\varepsilon_{\theta} = \ln \frac{R_{_3}}{\rho}$ 

и 
$$\sigma_{\scriptscriptstyle S} = \sigma_{0,2} + B^* \left( \ln \frac{R_3}{\rho} \right)^m$$
.

Момент перехода металла заготовки в пластическое состояние установим из условия пластичности Треска-Сен-Венана [4]:

$$\sigma_{\theta} = -\sigma_{s}$$
.

Возможные варианты обжима сферического участка на трубной заготовке изображены на рис. 2.

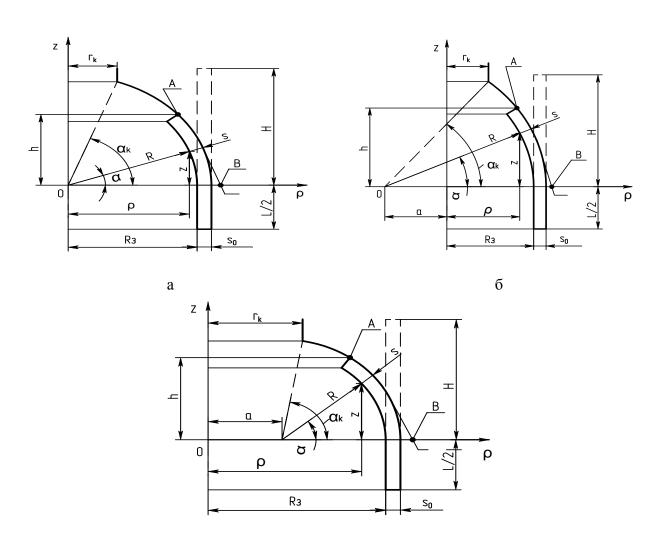


Рис. 2. Возможные варианты обжима сферического участка на трубной заготовке:  $a-R=R_3$ ; a=0 — положение центра кривизны на оси  $\rho$ ;  $\delta$  — при  $R>R_3$ ; a<0; B — при  $R<R_3$ ; a>0

Зададим геометрические соотношения размеров в функции угла  $\alpha$ :

$$R = const - \text{радиус} \qquad \text{кривизны} \qquad d\rho = -R \cdot \sin \alpha d\alpha;$$
 образующей матрицы. 
$$R_{\rho} = R; \qquad \qquad R_{\theta} = R \mp \frac{a}{\cos \alpha};$$
 
$$\rho = R \cdot \cos \alpha - a, \text{при } R > R_{\mathfrak{Z}};$$
 
$$b = \frac{a}{R};$$

 $\rho = R \cdot \cos \alpha$ , при  $R = R_3$ ;

После преобразования условия равновесия (2) с учетом известных параметров получим:

$$\frac{d\sigma_{\rho}}{d\alpha} - \sigma_{\rho} \left( \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha \mp} - \mu \right) - \left[ \sigma_{s0} + B^* \left( \ln \frac{\cos \alpha \mp b}{1 \mp b} \right)^m \right] \times \left( \frac{\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha}{\cos \alpha \mp b} \right) = 0.$$
 (4)

 $R_3 = R \mp a$ .

Граничными условиями являются  $\alpha = \alpha_k$ ;  $\sigma_p = 0$ . Для аналитического решения дифференциального уравнения воспользуемся известным методом вариаций [6], неизвестные функции разложим в ряды [7].

В результате аналитического решения дифференциального уравнения (4) имеем выражение для нормальных напряжений:

$$y_{c} = \frac{e^{-M\delta}}{|\cos\delta \pm b|} \cdot \left( y_{s0} \cdot \frac{e^{M\delta}}{1 + M^{2}} \left( -\cos\delta + 2M \cdot \sin\delta - M^{2}\cos\delta \right) + B^{*} \left[ e^{M} \cdot \frac{(-1)^{3m} \cdot \delta^{2m+2}}{(1 \pm b)^{m} \cdot (2^{m})!(2m+2)} + Me^{M} \frac{(-1)^{3m} \cdot \alpha^{2m+3}}{(1 \pm b)^{m} \cdot (2m)!(2m+1)} \right] + C \right)$$

Найдем постоянную интегрирования C при граничных условиях:

$$\alpha_k = \frac{\pi}{2}; \quad \sigma_\rho = 0.$$

После подстановки найденного значения C, уравнение для вычисления радиальных напряжений примет вид:

$$y_{c} = \frac{1}{|1 \pm b|} \left(\sigma_{s0} \cdot \frac{2\mu\sigma_{s0} \cdot e^{M\frac{\pi}{2}}}{1 + M^{2}} + B^{*} \left[ e^{M} \cdot \frac{(-1)^{3m} \cdot \delta^{2m+2}}{(1 \pm b)^{m} \cdot (2^{m})!(2m+2)} + Me^{M} \frac{(-1)^{3m} \cdot \alpha^{2m+3}}{(1 \pm b)^{m} \cdot (2m)/(2m+1)} \right].$$
(5)

Расчет проводился на примере штамповки пробки шарового крана с диаметром сферы 42 мм. Обжиму подвергалась трубная заготовка с размерами: Ø36 мм, толщина стенки 3 мм, материал – сталь ШХ15 с механическими характеристиками:  $\sigma_6$  = 450 МПа,  $\sigma_{0,2}$  = 380 МПа,  $\delta$  = 0,18. Анализ результатов, полученных при расчете напряжений по предложенной зависимости (5), показал, что положение краевой части трубной заготовки на криволинейной контактной поверхности матрицы, характеризующееся углом  $\alpha$ , практически не влияет на величину радиальных напряжений  $\sigma_\rho$ , т. к. течение металла приобретает квазистационарный характер. Это наглядно отражено графиком на рис. 3, где линии, характеризующие изменение радиальных напряжений от коэффициента трения  $\mu$ , сливаются в одну при различных углах  $\alpha$ .

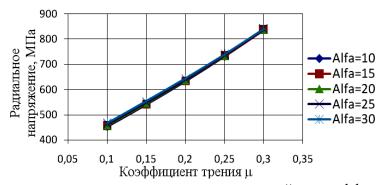


Рис. 3. Изменение величины радиальных напряжений от коэффициента трения  $\mu$  при различных углах  $\alpha$ , определяющих положение краевой части трубной заготовки на контактной поверхности матрицы

И, напротив, коэффициент трансверсальной анизотропии оказывает существенное влияние на изменение величины напряжений, что проиллюстрировано на рис. 4.

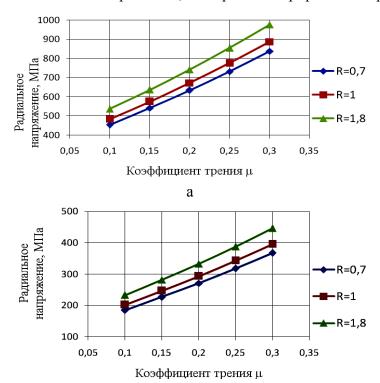


Рис. 4. Влияние коэффициента трансверсальной анизотропии на величину радиальных напряжений при обжиме сферическими матрицами:

a - для значений (1 + b); 6 - для значений (1-b)

## ВЫВОДЫ

Предложена математическая модель для аналитического определения поля напряжений в очаге деформаций с учетом анизотропии механических свойств при обжиме с элементами раздачи трубных заготовок сферическими матрицами. Приведены графические зависимости изменения величины радиальных напряжений от характеристик стали ШХ15.

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Пилипенко О. В. Обжим и раздача трубных заготовок из анизотропных материалов / О. В. Пилипенко // Кузнечно-штамповочное производство. 2007. № 11. С. 18—23.
- 2. Непершин Р. И. Моделирование процесса обжима тонкостенной трубной заготовки сферическими матрицами / Р. И. Непершин // Кузнечно-штамповочное производство. 2007. № 11. С. 32–38.
- 3. Формоизменение трубной заготовки при раздаче и обжиме / А. Ю. Аверкиев // Кузнечно-итамповочное производство. -2000. -№ 1. C. 6-9.
- 4. Сторожев М. В. Теория обработки металлов давлением / М. В. Сторожев, Е. А. Попов. М. : Маш-гиз, 1977.-423 с.
- 5. Оценка штампуемости листового и трубного проката / А. Ю. Аверкиев // Кузнечно-штамповочное производство. 1990.  $N \ge 2.$  C. 19-24.
- 6. Корн Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. М. : Наука, 1978. 832 с.
- 7. Власова Е. А. Ряды : учебник для вузов / Е. А. Власова, под ред. В. С. Зарубина, А. П. Крищенко. М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002. 307 с.

Третьякова Е. И. — аспирант МГТУ «Станкин»;

Сосенушкин Е. Н. – д-р техн. наук, проф. МГТУ «Станкин»;

Яновская Е. А. – ст. преподаватель МГТУ «Станкин».

МГТУ – Московский государственный технологический университет, г. Москва, Россия.

E-mail: alenka11 86@mail.ru